

III.

СЛОВЕСНИ ЗАДАЧИ (ЗАДАЧИ С ДУМИ, ТЕКСТОВИ ЗАДАЧИ)

За да решим една словесна задача, трябва да направим следното:

1. От текста на задачата най-напред трябва да определим обектите и след това връзките между тях.
2. После избираме неизвестната величина. Много често това е точно търсеният елемент в задачата, но може да бъде и някаква величина, имаща връзка с него.
3. Следващата стъпка е да определим ДО — дефиниционната област, т.е. ДС — допустимите стойности на неизвестното.
Например: $x > 0$, x е цяло положително число и т.н.
4. С избраното неизвестно и дадените в задачата числа съставяме изрази, които отразяват връзките между разглежданите в задачата обекти. Това може да стесни ДС.
5. Връзките между съставените изрази се изразяват с равенства и неравенства. Това се получава, когато една и съща величина се изрази по два начина. Не е задължително неизвестните да участват и в двата изрази.

ВНИМАНИЕ !!!

Всички мерни единици трябва да се направят еднакви.

6. Решават се получените равенства, уравнения или неравенства и така могат да се получат всички възможни случаи за тях.
7. Проверяват се кои от намерените стойности принадлежат на ДС. Само те са решения на задачата.

Какво трябва да имаме предвид при съставяне на уравненията или неравенствата?

1. Ако a е с k по-голямо от b , то $a = b + k$.
2. Ако a е с k по-малко от b , то $a = b - k$.
3. Ако a е k пъти по-голямо от b , то $a = bk$.
4. Ако a е k пъти по-малко от b , то $a = \frac{b}{k}$.
5. Ако при делението на числото a на b се получава частно q и остатък p ,
то $a = bq + p$ или $\frac{a}{b} = q + \frac{p}{b}$.
6. Ако дадено число a се увеличи/нарасне, увеличава се с $k\%$,
то получаваме $a + k\%$ от a или $a + \frac{k}{100}a$.
7. Ако дадено число a се намали с $k\%$, то се получава $a - k\%$ от a
или $a - \frac{k}{100}a$.

Видове текстови задачи:

1. Задачи за числа
2. Задачи за движение
3. Задачи за работа
4. Задачи за смеси и сплави
5. Смесени задачи

1. Задачи за числа:

1. Едно от две неизвестни числа е с 6 по-малко от друго. Половината на по-голямото число е с 3 по-малко от другото. Намерете числата.

Нека едното число е x , тогава другото число е $x - 6$. Тоест от условието се получава: $\frac{x}{2} + 3 = x - 6 \Rightarrow x = 18$.

Едното число е 18, а другото 12.

2. Едно от две неизвестни числа е с 12 по-голямо от друго. Ако по-малкото разделим на 7, а по-голямото разделим на 5, то първото частно е с 4 по-малко от второто.

Първото число означаваме с x . От условието вземаме $\frac{x}{5}$.

Второто число означаваме като $x - 12$. От условието вземаме $\frac{x - 12}{7}$.

Следователно $\frac{x - 12}{7} + 4 = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 40$.

Числата са 40 и 28.

3. Сборът на две числа е 47. Ако първото от тях разделим на второто, то ще получим частно 2 и остатък 5. Намерете числата.

Отново едното число означаваме с x , тогава другото е $47 - x$. От условието следва, че $x = (47 - x) \cdot 2 + 5$.

Числата са 33 и 14.

Задачи, записани в десетична бройна система с цифри 0, 1, 2, 3, ... 9

$84 = 8 \cdot 10 + 4$, $48 = 4 \cdot 10 + 8$, $243 = 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 3$. Говорим за цифри на единици, десетици, стотици и т.н.

Ако едно число има x за цифра на стотиците, y за цифра на десетиците и z за цифра на единиците, то числото е $100x + 10y + z$.

4. Трицифреното число има 3 стотици и 7 десетици. Ако прибавим към него 99, ще получим число със същите цифри, записано в обратен ред. Намерете числото.

Нека цифрата на единиците е x , тогава:

$$\begin{aligned}\text{Числото е: } 3 \text{ стотици} + 7 \text{ десетици} + x \text{ единици} &= \\ &= 3 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + x = 370 + x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Числото в обратен ред е: } x \text{ стотици} + 7 \text{ десетици} + 3 \text{ единици} &= \\ &= x \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 = 100x + 73\end{aligned}$$

$$\text{Следователно } 370 + x + 99 = 100x + 73. \text{ Отговорът е } x = 4.$$

Тази цифра е решение, защото е от 0 до 9.

Числото е 374.

5. Да се намери двуцифрено число, ако разликата от цифрите му е 2 и числото е с 63 по-голямо от сбора от цифрите му.

Имаме две възможности:

Първи случай: x десетици + $(x + 2)$ единици = $10x + x + 2 = 11x + 2$.

От условието следва, че $11x + 2 = 63 + x + x + 2$, т.е. $x = 7$,
а числото е 79.

Втори случай: $(x + 2)$ десетици + x единици = $10(x + 2) + x = 11x + 20$.
 $11x + 20 = 63 + x + 2 + x$, получаваме $x = 5$.

Числото е 75.

6. Десетиците на двуцифрено число са 3 пъти повече от единиците. Ако разместим цифрите му, се получава двуцифрено число с 36 по-малко от даденото. Намерете числото.

Нека цифрата на единиците е x , тогава десетиците са $3x$ и
 $(3x)$ десетици + x единици = x десетици + $(3x)$ единици + 36.

$$\text{Следователно } 3x \cdot 10 + x = x \cdot 10 + 3x + 36. \text{ Получаваме } x = 2.$$

Числото е 62.

7. Цифрата на единиците на двуцифрено число е с 5 по-голяма от цифрата на десетиците. Ако между цифрите поставим цифрата 0, ще получим трицифрено число, което като го разделим на сбора от цифрите му, ще получим 28. Намерете даденото число.

Нека цифрата на десетиците е x , тогава числото е x десетици + $(x + 5)$ единици = $10x + x + 5 = 11x + 5$.

Сборът от цифрите му е $x + x + 5 = 2x + 5$.

Новото трицифрено число е x стотици + 0 десетици + $(x + 5)$ единици = $100x + x + 5 = 101x + 5$.

От условието следва, че $101x + 5 = 28 \cdot (2x + 5)$. Получава се $x = 3$.

Числото е 38.

8. Ако от произведението на едно число с 6 извадим 20% от него и полученото разделим на 3, се получава частно 9 и остатък 2. Кое е числото?

Нека числото е x . Тогава $6x - \frac{20}{100}x = 3 \cdot 9 + 2 \Rightarrow x = 5$.

Числото е 5.

2. Задачи за движение:

При задачите за движение се използват величините път S , скорост V и време t .

Връзката между тях е $S = Vt$.

При съставянето на уравнения, когато търсим решение на задачите, се използва още:

- ако движещите се тръгнат едновременно, то времената до срещата са равни.
- ако тръгнат по различно време, то техните времена се различават с разликата във времената на тръгване.
- ако се движат в една посока по един път, то пътищата се различават с разстоянието между тях преди тръгването. Ако се движат един срещу друг, то сборът от пътищата им е равен на целия път.
- има и други ситуации, които ще разгледам в задачите по-нататък.

Примери:

1. От град A за град B тръгва товарен влак със скорост 40 км/ч. След 8 часа от B за A тръгва друг товарен влак със скорост 60 км/ч. На какво разстояние от град A ще се срещнат влаковете, ако разстоянието